Marius Burtea **Georgeta Burtea**
Ana Mihaela Alexa, Rodica Avramescu, Aurelia Bălan, Cătălin Bîrzescu, Daniela Calistrate, Radu Cristian, Teodora Comşa, Gheorghe Dicu, Costel Dumitrescu, Mădălina Enache, Elena Fițu, Cristina Lemnaru, Doina Lorant, Sorina Lupu, Simona Măgureanu, Sandu Nica, Mădălina Nicodim, Gheorghe Popa, Elena Popescu, Vasile Popescu, Elena Şerb

CLASA a XI-a

MATEMATICĂ

Probleme și exerciții
Teste

semestrul I

- matrice
- determinanți
- limite de funcții
- funcții continue

servicii, resurse, tehnic

CAMPION

CUPRINS

Capitolul I. MATRICE

1. MATRICE. EGALITATEA MATRICELOR.

Breviar teoretic

- Se numeşte **matrice** de tipul (m,n) sau matrice cu m linii şi n coloane cu elemente din mulţimea $\mathbb{C}$, o funcţie $A:\{1, 2,..., m\}\times\{1, 2,..., n\}\to\mathbb{C}$, dată de relaţia $A(i, j)=a_{ij}$.
- Numerele $a_{ij}\in\mathbb{C}$ se numesc **elementele** matricei.
- Matricea de tipul (m,n) se reprezintă sub forma unui tabel dreptunghiular cu m linii şi n coloane.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

- Matricea de tipul $(m, 1)$ se numeşte *matrice linie*, iar matricea de tipul $(1, n)$ se numeşte *matrice coloană*.
- Dacă $m=n$ matricea A este matrice pătratică de ordinul n.
- Matricele $A, B\in M_{m,n}(\mathbb{C})$ sunt egale dacă $a_{ij}=b_{ij,}\ \forall i\in\{1, 2,..., m\}, j\in\{1, 2,..., n\}$.
- Egalitatea matricelor are proprietăţile:
  - $A=A, \forall A\in M_{m,n}(\mathbb{C})$ – reflexivitatea
  - $A=B\Rightarrow B=A,\quad \forall A, B\in M_{m,n}(\mathbb{C})$ – simetria
  - $A=B, B=C\Rightarrow A=C,\quad \forall A, B, C\in M_{m,n}(\mathbb{C})$ – tranzitivitatea
- Dacă $A\in M_{m,n}(\mathbb{C})$ se notează cu $\mathrm{Tr}(A)=a_{11}+a_{22}+...+a_{nn}$ **urma** matricei A.
- Sistemul ordonat de numere $(a_{11}, a_{22},..., a_{nn})$ formează diagonală principală, iar sistemul $(a_{1n}, a_{2,n-1},..., a_{n1})$ formează diagonala secundară a matricei A.

Exerciţii şi probleme rezolvate

1. Se dau matricele:

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Să se precizeze tipul fiecărei matrice.
b) Să se scrie elementele de pe linia a doua a matricelor A, B şi C.
c) Să se calculeze suma elementelor primei coloane în fiecare matrice.
d) Calculaţi: $x=a_{22}{}^2+b_{23}{}^2+c_{31}{}^2+d_{13}+d_{14}$.

Soluţie

a) Avem că $A \in M_{2,2}(\mathbb{R})$, $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$, $C \in M_{3,1}(\mathbb{R})$, $D \in M_{1,4}(\mathbb{R})$.
b) Se obţin elementele: -1, 5, pentru matricea A ; 3, 0, -1, pentru matricea B ; 1, pentru matricea C. c) Se obţin sumele $a_{11}+a_{21}=4+(-1)=3$, $b_{11}+b_{21}=1+3=4$, $c_{11}+c_{21}+c_{31}=5+1+0=6$ şi $d_{11}=-1$. d) $x=5^2+(-1)^2+0^2+3+2=31$.

2. Se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix}3 & -1 & 1\\ 4 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 3 & 3 & 0\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

a) Să se scrie elementele de pe diagonala principală a matricei A şi de pe diagonala secundară a matricei B.

b) Să se determine valoarea lui $x \in \mathbb{R}$, ştiind că $(a_{13}+b_{22})x+a_{31}{}^3+b_{32}{}^3=[\operatorname{Tr}(A)-\operatorname{Tr}(B)]^2$.

Soluţie

a) Elementele diagonalei principale şi ale diagonalei secundare sunt $a_{11}=3$, $a_{22}=3$, $a_{33}=1$, respectiv $b_{13}=1$, $b_{22}=3$, $b_{31}=0$. b) Urmele matricelor sunt: $\operatorname{Tr}(A)=a_{11}+a_{22}+a_{33}=3+3+1=7$, $\operatorname{Tr}(B)=b_{11}+b_{22}+b_{33}= \;=1+3+3=7$. Se obţine ecuaţia $4x+1=0$, cu soluţia reală $x=-\dfrac{1}{4}$.

3. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}4-x & 3+a\\ 2b & -5-c\end{pmatrix} \in M_{2,2}(\mathbb{R})$.

a) Să se determine valorile parametrilor a, b, c, x pentru care A este matrice nulă.

b) Există valori a, b, c, x pentru care $A=I_2$?

Soluţie

a) Matricea A este matrice nulă dacă $4-x=0$, $3+a=0$, $2b=0$ şi $-5-c=0$. Rezultă că $x=4$, $a=-3$, $b=0$ şi $c=-5$.

b) Matricea $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Se obţin ecuaţiile $4-x=1$, $3+a=0$, $2b=0$ şi $-5-c=1$, cu soluţiile $x=3$, $a=-3$, $b=0$ şi $c=-6$.

4. Să se determine valorile parametrilor $x, y \in \mathbb{R}$ pentru care matricele $A=\begin{pmatrix}2+x & 3\\ 5-x & 4+y\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5x+6 & 2y-3\\ 2y & 10-y\end{pmatrix}$ sunt egale.

Soluţie

Din egalitatea $a_{11}=b_{11}$ rezultă ecuaţia $2+x=5x+6$, cu soluţia $x=-1$. Din egalitatea $a_{22}=b_{22}$ se obţine ecuaţia $4+y=10-y$ cu soluţia $y=3$. Se obţine că $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 6 & 7\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 6 & 7\end{pmatrix}$, deci $A=B$.

5. Să se determine numerele reale pentru care are loc egalitatea de matrice:

$$\begin{pmatrix} x^2+x & 2^m \\ C_n^2 & \log_2(y+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2^{2m-1} \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Soluţie

Se obţin egalităţile: $x^2+x=2$; $2^m=2^{2m-1}$; $C_n^2=3$ şi $\log_2(y+1)=3$. Ecuaţia $x^2+x=2$ se scrie sub forma $x^2+x-2=0$ şi are soluţiile $x_1=1$ şi $x_2=-2$. Din egalitatea $2^m=2^{2m-1}$ se obţine că $m=2m-1$ sau $m=1$. Folosind formulele combinărilor $C_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!\cdot p!}$ se obţine succesiv: $C_n^2=3$ sau $\dfrac{n!}{(n-2)!\cdot 2!}=3$ sau $\dfrac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!\cdot 1\cdot 2}=3$. După simplificări rezultă ecuaţia $\dfrac{n(n-1)}{2}=3$, sau $n^2-n-6=0$ cu soluţiile $n=3$ şi $n=-2$. Deoarece $n\in\mathbb{N}^*$, soluţia căutată este $n=3$.

Ecuaţia $\log_2(y+1)=3$ se scrie sub forma $y+1=2^3$ şi are soluţia $y=8-1=7$.

În concluzie obţinem că $x=1$, $m=1$, $n=3$, $y=7$ sau $x=-2$, $m=1$, $n=3$, $y=7$.

Exerciţii şi probleme propuse

Exersare

1. Să se scrie:

a) o matrice de tipul $(2,2)$ cu elemente din mulţimea numerelor naturale;

b) o matrice de tipul $(3,2)$ cu elemente din mulţimea numerelor întregi;

c) o matrice de tipul $(1,3)$ cu elemente din mulţimea numerelor reale;

d) o matrice de tipul $(2,1)$ cu elemente din mulţimea numerelor reale.

2. Să se scrie:

a) o matrice linie cu 3 coloane; b) o matrice coloană cu 2 linii;

c) matricea nulă de tipul $(2,3)$; d) matricea unitate de ordinul 3.

3. Să se scrie matricea $A=(a_{ij})\in M_{3,2}(\mathbb{R})$ ştiind că: $a_{ij}=(-1)^{i+j}$, $i\in\{1,2,3\}$, $j\in\{1,2\}$.

4. Să se scrie matricea $B=(b_{ij})\in M_{2,3}(\mathbb{Z})$ ştiind că: $b_{ij}=(i+j)^2$, $i\in\{1,2\}$, $j\in\{1,2,3\}$.

5. Să se determine matricea $C=(c_{ij})\in M_3(\mathbb{R})$ ştiind că: $c_{ij}=\begin{cases} i+j, \text{ dacă } i<j \\ 1+j, \text{ dacă } i=j \\ 2-i, \text{ dacă i} > \text{j} \end{cases}$.

6. Se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -5 & 6 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$, $E=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

a) Să se precizeze tipul matricelor A, B, C, D, E;

b) Să se scrie diagonala principală a matricei A;

c) Să se scrie elementele de pe linia a doua din matricea B;

d) Să se calculeze suma elementelor matricei C;

e) Să se aproximeze prin lipsă cu eroare mai mică de o zecime suma elementelor matricei D;

f) Să se scrie diagonala secundară a matricei E;

g) Să se calculeze suma elementelor de pe diagonala principală a matricei A (urma matricei A notată cu $\operatorname{tr}(A)$);

h) Să se calculeze $\operatorname{tr}(A)+\operatorname{tr}(E)$.

7. Să se scrie toate matricele de tipul $(3,1)$ care au elementele a sau b.

8. Determinați numărul matricelor de tipul $(2,2)$ care au elementele egale cu $-1, 0$ sau 1.

9. Determinați numărul matricelor de tipul $(3,4)$ care au elementele egale cu 4 sau -4.

10. Să se determine $x, y \in \mathbb{N}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} x & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & y \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.

11. Să se determine $x, y \in \mathbb{Z}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} -3 & x \\ y & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

12. Să se determine $x, y \in \mathbb{Q}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} \frac{x}{2} & 5y \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & \frac{6}{x} \end{pmatrix}$.

13. Să se determine $x, y \in \mathbb{N}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} x+2 & 1 \\ 3 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{4} & 1 \\ x+3 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} a+1 & b-2 \\ c-1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a-1 & c \\ 3^2 & a-2 \end{pmatrix}$.

15. Să se determine $a, b, c \in \mathbb{R}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} 3a+2 & 4 \\ 8 & b-1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} & 4 \\ 8 & \sqrt{3} \\ 0 & 3c \end{pmatrix}$.

16. Să se determine $u, v \in \mathbb{C}$ din egalitatea $\begin{pmatrix} u & 3+i \\ 3-i & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+i & 3+i \\ v & -i^2 \end{pmatrix}$.

17. Să se afle $x, y \in \mathbb{R}$ dacă matricele A și B sunt egale, unde $A = \begin{pmatrix} 2x-1 & 6 \\ 3 & 3y+2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 4+y & 6 \\ 3 & x+2 \end{pmatrix}$.

Aprofundare

18. Fie matricea $A \in M_3(\mathbb{R})$, $A = \begin{pmatrix} 3^x & -1 & \log_3^2(y-1) \\ 2 & -3 & 9^x \\ \log_3(y-1) & \sqrt{z+1} & 0 \end{pmatrix}$.

a) Determinați valorile lui x pentru care $Tr(A) = 6$;

b) Pentru ce valori ale lui x avem $a_{11}+a_{23}\le a_{21}$?

c) Pentru ce valori ale lui y avem $a_{13}-a_{31}-a_{21}=0$?

d) Dterminați valorile lui z astfel încât $a_{32}=a_{21}$.

19. Determinați $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$ din egalitatea matricelor $\begin{pmatrix}\sin 30^\circ & \beta\\ \gamma & \cos 30^\circ\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\alpha & 0\\ \operatorname{tg}30^\circ & \sqrt{\frac{3}{4}}\end{pmatrix}$.

20. Determinați numerele reale x,y,z și t dacă :

a) $\begin{pmatrix}C_x^2-17 & 2^y-5\\ \log_3 z+2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 1 & 1+t\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}x-2 & y-1 & 0\\ x-3 & y & z\\ t+1 & 0 & z+1\end{pmatrix}=I_3$;

c) $\begin{pmatrix}x^2 & y^2 & 1+t^2\\ y+2 & z-1 & x+6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 4 & 4\\ 4 & 2 & 5\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}x^2-x-2 & y^2+x-1\\ z^2-y^2+x & t^2+x\end{pmatrix}=O_2$;

e) $\begin{pmatrix}e^{3x+2} & z^2-z\\ \lg(2y+1) & 1\end{pmatrix}=I_2$.

21. Se dă matricea $M=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ x & 4^y\end{pmatrix}$. Aflați $x,y\in\mathbb{R}$ astfel încât $M=I_2$.

22. Dacă $N=O_2$, unde $N=\begin{pmatrix}\log_3(x+1) & \log_3(y-1)\\ 0 & \log_3 1\end{pmatrix}$, să se determine numerele reale x și y.

23. Determinați numărul real x astfel încât următoarele matrice să fie antisimetrice: (marticea pătratică A este antisimetrică dacă $A=-{}^tA$)

a) $A=\begin{pmatrix}\ln(1+x+x^2) & x\\ x+2 & 0\end{pmatrix}$; b) $B=\begin{pmatrix}\sin x & -1 & 2\\ 1 & -\sin x & -3\\ -2 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

24. Să se determine matricele $X=\begin{pmatrix}v & w\\ -w & v\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{C})$ știind că are loc egalitatea

$$\begin{pmatrix}v^2-w^2+13 & 2vw\\ -2wv & 13-w^2+v^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4v & 4w\\ -4w & 4v\end{pmatrix}.$$

25. Se dau matricele $A=\begin{pmatrix}\sqrt[3]{x} & -2\\ 3 & \sqrt{y}\\ z & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & -|2|\\ |-3| & \frac{1}{2}\\ \sqrt[3]{8} & \log_3 9\end{pmatrix}$. Știind că $A=B$ determinați $x,y,z\in\mathbb{R}$.

26. Determinați elementele necunoscute din egalitatea matricelor

$$\begin{pmatrix}(x+1)! & 4\\ 3 & (y-1)!\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot(x-1)! & 4\\ y^2-1 & 1\end{pmatrix}.$$

27. Să se determine elementele necunoscute din egalitatea de matrice

$$\begin{pmatrix} 3^{x+1}\cdot 2^x & C_n^1 + A_n^2 \\ 3! & \cos 60^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 108 & 4 \\ y + C_4^2 & 2z \end{pmatrix}.$$

28. Se dau matricele $A = \begin{pmatrix} -8 & a+b \\ a-b & 1+y \\ 10^{\lg 7} - \sqrt[3]{343} & x \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 4^x - 6\cdot 2^x & 3 \\ 1 & \sqrt[3]{1-y} \\ c & \sqrt{2-x} \end{pmatrix}$. Ştiind că $A = B$ determinaţi $x, y, a, b, c \in \mathbb{R}$.

29. Se consideră egalitatea $\begin{pmatrix} 1-2a & 1-2b^2 \\ 2^{1-x} & 4^y + 2^y \\ \sqrt{z+1} & 4\log_2 t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 2\sqrt{2} & 2 \\ 1+\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}$. Determinaţi:

a) media aritmetică a numerelor $|a|, |b|, |x|$ şi $|y|$;

b) media geometrică a numerelor $1+t$ şi z.

2. OPERAŢII CU MATRICE

Breviar teoretic

- Dacă $A, B \in M_{m,n}(\mathbb{C})$, $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$, matricea $C \in M_{m,n}(\mathbb{C})$, $C = (a_{ij} + b_{ij})$ se numeşte **suma** matricelor A şi B.
- Suma matricelor A şi B se notează $A + B$.

Proprietăţile adunării:

- Adunarea matricelor este asociativă:
  $(A+B)+C = A+(B+C)$, $\forall A, B, C \in M_{m,n}(\mathbb{C})$.
- Matricea nulă $O_{m,n}$ este element neutru pentru adunare:
  $A + O_{m,n} = O_{m,n} + A$, $\forall A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$.
- Matricea $-A = (-a_{ij})$ se numeşte **opusa** matricei A şi are proprietatea:
  $A + (-A) = (-A) + A = O_{m,n}$.

Înmulţirea unei matrice cu un număr

Fie $\alpha \in \mathbb{C}$, $A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$. Matricea $\alpha A = (\alpha\, a_{ij})$ se numeşte produsul matricei A cu numărul α.

Înmulţirea matricelor

- Fie $A \in M_{m,n}(\mathbb{C})$, $B \in M_{n,p}(\mathbb{C})$, $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$. Matricea $C = (c_{ik}), C \in M_{m,p}(\mathbb{C})$, cu $c_{ik} = a_{i1}\cdot b_{1k} + a_{i2}\cdot b_{2k} + \ldots + a_{in}\cdot b_{nk}$, $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$, $k \in \{1, 2, \ldots, p\}$.

Proprietăţile înmulţirii:

- Înmulţirea este asociativă:
  $A\cdot(B\cdot C) = (A\cdot B)\cdot C$, $\forall A \in M_{m,n}(\mathbb{C}), B \in M_{n,p}(\mathbb{C}), C \in M_{p,q}(\mathbb{C})$.
- Matricea unitate (identitate) $I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \ldots & 1 \end{pmatrix}$, este element neutru:

$A\cdot I_n = I_n\cdot A = A,\ \forall\, A\in M_n(\mathbb{C})$.

- Dacă $A\in M_{m,n}(\mathbb{C})$, $A=(a_{ij})$, matricea ${}^tA$, obținută din matricea A prin schimbarea liniilor în coloane și a coloanelor în linii se numește **transpusa** matricei A.

Au loc relațiile:

- ${}^t(A+B)={}^tA+{}^tB$
- ${}^t(A-B)={}^tA-{}^tB$
- ${}^t(A\cdot B)={}^tB\cdot{}^tA$
- ${}^t({}^tA)=A$

- Fie $A\in M_n(\mathbb{C})$.
  - Se definește $A^0=I_n$, $A^1=A$, $A^2=A\cdot A$.
  - Pentru $n\in\mathbb{N}^*$ se definește matricea $A^n=A^{n-1}\cdot A$, numită puterea n a matricei A.
  - Au loc relațiile, $\forall\, m, n, p\in\mathbb{N}$:
    - $A^m\cdot A^n=A^{m+n}$,
    - $(A^m)^p=A^{mp}=(A^p)^m$.

- Dacă $A\in M_2(\mathbb{C})$, $A=\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}$, are loc relația: $A^2-(a+d)A+(ad-bc)I_2=O_2$; (relația Hamilton-Cayley).

Exerciții și probleme rezolvate

1. Să se calculeze $A+B$ și $A-B$ dacă:

a) $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1\\ 4 & 3 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2\\ 0 & -2 & -1\end{pmatrix}$. b) $A=\begin{pmatrix} 2 & -1\\ 3 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 2\\ 0 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$.

Soluție

a) Fie $A+B=C$. Matricea C este de tipul $(2,3)$. Rezultă că $C=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13}\\ c_{21} & c_{22} & c_{23}\end{pmatrix}$, unde

$c_{11}=a_{11}+b_{11}=3+1=4$; $c_{12}=a_{12}+b_{12}=2+(-1)=1$; $c_{13}=a_{13}+b_{13}=-1+2=1$;
$c_{21}=a_{21}+b_{21}=4+0=4$; $c_{22}=a_{22}+b_{22}=3+(-2)=1$; $c_{23}=a_{23}+b_{23}=0+(-1)=-1$. Așadar
$C=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1\\ 4 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

b) Dacă $A-B=D=\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12}\\ d_{21} & d_{22}\\ d_{31} & d_{33}\end{pmatrix}$ se obține că: $d_{11}=a_{11}-b_{11}=2-0=2$,

$d_{12}=a_{12}-b_{12}=-1+2=1$, $d_{21}=a_{21}-b_{21}=3-0=3$, $d_{22}=a_{22}-b_{22}=0-1=-1$,

$d_{31}=a_{31}-b_{31}=0-(-1)=1$, $d_{32}=a_{32}-b_{32}=1-(-2)=3$. Se obține $D=\begin{pmatrix} 2 & 1\\ 3 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$.

2. Să se calculeze $(A+B)+C$ și $A+(B+C)$ pentru $A=\begin{pmatrix} 3 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$,